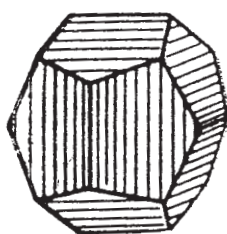


АКАДЕМИЯ НАУК СССР

КРИСТАЛЛОГРАФИЯ



Том 15

ВЫПУСК

ТРЕТИЙ



1970

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»

МОСКВА

О. Г. ВЛОХ и Т. Д. КРУШЕЛЬНИЦКАЯ

АКСИАЛЬНЫЕ ТЕНЗОРЫ ЧЕТВЕРТОГО РАНГА И КВАДРАТИЧНАЯ ЭЛЕКТРОГИРАЦИЯ

Современная квантовая электроника создает возможности экспериментального наблюдения ряда параметрических эффектов в нелинейной оптике, описываемых аксиальными тензорами третьего [1] и четвертого рангов. В частности, аксиальным тензором четвертого ранга β_{ijkl} , связывающим аксиальный и полярный тензоры второго ранга, описывается квадратичная электрогирация $\Delta\rho_{ij} = \beta_{ijkl}E_kE_l$, где $\Delta\rho_{ij}$ — аксиальный тензор дриращения гирации или индуцированной оптической активности, E_kE_l — компоненты напряженности электрического поля, образующие полярный тензор второго ранга. В основе вывода формы этого тензора для конкретного класса симметрии (табл. 2) лежит закон его преобразования при переходе от одной системы координат к другой путем применения соответствующих элементов симметрии* $\beta_{ijkl} = \pm \alpha_{im}\alpha_{jn}\alpha_{kr}\alpha_{ls}\beta_{mnpq}$, где α_{im} , α_{jn} , α_{kr} , α_{ls} — компоненты матрицы косинусов преобразования системы координат. Отсюда с учетом знака «минус» следует, что аксиальными тензорами четвертого ранга будут описываться соответствующие свойства только ацентричных кристаллов. Для чисто осевых классов эти тензоры совпадают с соответствующими полярными тензорами.

Таблица 1

Некоторые возможные варианты наблюдения квадратичной электрогирации

Направление поля	Направление наблюдения	Класс симметрии
E_x	x	2, 222, 4, $\bar{4}$, 422, $\bar{4}2m$, 23, 432, 6, 622
	y	2, 222, 4, $\bar{4}$, 422, $\bar{4}2m$, 23, 432, $\bar{4}3m$, 6, 622
	z	2, 222, 4, $\bar{4}$, 422, $\bar{4}2m$, 23, 432, $\bar{4}3m$, 3, 32, 6, 622
E_y	x	2, 222, 4, $\bar{4}$, 422, $\bar{4}2m$, 23, 432, $\bar{4}3m$, 3, 32, 6, 622
	y	2, 222, 4, $\bar{4}$, 422, $\bar{4}2m$, 23, 432, 32, 6, 622
	z	2, 222, 4, $\bar{4}$, 422, $\bar{4}2m$, 23, 432, $\bar{4}3m$, 3, 32, 6, 622
E_z	x	222, 422, $\bar{4}2m$, 23, 432, $\bar{4}3m$, 32, 622
	y	222, 422, $\bar{4}2m$, 23, 432, $\bar{4}3m$, 32, 622
	z	222, 422, 23, 432, 32, 622

Экспериментальное наблюдение некоторых из возможных эффектов, описывающихся полученными тензорами, довольно сложно. Например, квадратичная электрогирация усложняется линейными электрогирацией и электрооптическим эффектом. Направления, в которых она может наблюдаться без влияния этих явлений (табл. 1), определяются из сравнения аксиальных тензоров четвертого ранга с аксиальными [1] и полярными [2] тензорами третьего ранга. Следует отметить, что при наблюдении пьезогирации, описываемой теми же тензорами, необходимо иметь в виду аналогичные обстоятельства, обусловленные пьезооптическим эффектом.

* В группах симметрии, связанных с перестановкой осей координат, применяется метод прямой проверки Фуми [2].

Таблица 2

Матричная форма аксиальных тензоров четвертого ранга

Точечная группа симметрии	Матрица тензора	Количество независимых коэффициентов	Точечная группа симметрии	Матрица тензора	Количество независимых коэффициентов
1	$\begin{matrix} \beta_{11}\beta_{12}\beta_{13}\beta_{14}\beta_{15}\beta_{16} \\ \beta_{21}\beta_{22}\beta_{23}\beta_{24}\beta_{25}\beta_{26} \\ \beta_{31}\beta_{32}\beta_{33}\beta_{34}\beta_{35}\beta_{36} \\ \beta_{41}\beta_{42}\beta_{43}\beta_{44}\beta_{45}\beta_{46} \\ \beta_{51}\beta_{52}\beta_{53}\beta_{54}\beta_{55}\beta_{56} \\ \beta_{61}\beta_{62}\beta_{63}\beta_{64}\beta_{65}\beta_{66} \end{matrix}$	36	422	$\begin{matrix} \beta_{11}\beta_{12}\beta_{13} 0 0 0 \\ \beta_{12}\beta_{11}\beta_{13} 0 0 0 \\ \beta_{31}\beta_{31}\beta_{33} 0 0 0 \\ 0 0 0 \beta_{44} 0 0 \\ 0 0 0 0 \beta_{44} 0 \\ 0 0 0 0 0 \beta_{66} \end{matrix}$	7
2 (2 x ₂)	$\begin{matrix} \beta_{11}\beta_{12}\beta_{13} 0 \beta_{15} 0 \\ \beta_{21}\beta_{22}\beta_{23} 0 \beta_{25} 0 \\ \beta_{31}\beta_{32}\beta_{33} 0 \beta_{35} 0 \\ 0 0 0 \beta_{44} 0 \beta_{46} \\ \beta_{51}\beta_{52}\beta_{53} 0 \beta_{55} 0 \\ 0 0 0 \beta_{64} 0 \beta_{36} \end{matrix}$	20	4m	$\begin{matrix} 0 0 0 0 0 \beta_{15} \\ 0 0 0 0 0 -\beta_{15} \\ 0 0 0 0 0 0 \\ 0 0 0 0 \beta_{45} 0 \\ 0 0 0 -\beta_{45} 0 0 \\ \beta_{61} - \beta_{61} 0 0 0 0 \end{matrix}$	3
2 (2 x ₃)	$\begin{matrix} \beta_{11}\beta_{12}\beta_{13} 0 0 \beta_{16} \\ \beta_{21}\beta_{22}\beta_{23} 0 0 \beta_{26} \\ \beta_{31}\beta_{32}\beta_{33} 0 0 \beta_{36} \\ 0 0 0 \beta_{41}\beta_{45} 0 \\ 0 0 0 \beta_{54}\beta_{56} 0 \\ \beta_{61}\beta_{62}\beta_{63} 0 0 \beta_{66} \end{matrix}$	20	42m	$\begin{matrix} \beta_{11} \beta_{12} \beta_{13} 0 0 0 \\ -\beta_{12} -\beta_{11} -\beta_{13} 0 0 0 \\ \beta_{31} -\beta_{31} 0 0 0 0 \\ 0 0 0 \beta_{41} 0 0 \\ 0 0 0 0 -\beta_{44} 0 \\ 0 0 0 0 0 0 \end{matrix}$	5
m(m ⊥ x ₂)	$\begin{matrix} 0 0 0 \beta_{14} \beta_{16} \\ 0 0 0 \beta_{24} \beta_{26} \\ 0 0 0 \beta_{34} \beta_{36} \\ \beta_{41}\beta_{42}\beta_{43} 0 \beta_{15} 0 \\ 0 0 0 \beta_{34} 0 \beta_{36} \\ \beta_{61}\beta_{62}\beta_{63} 0 \beta_{65} 0 \end{matrix}$	16	23	$\begin{matrix} \beta_{11}\beta_{12}\beta_{13} 0 0 0 \\ \beta_{13}\beta_{11}\beta_{12} 0 0 0 \\ \beta_{12}\beta_{13}\beta_{11} 0 0 0 \\ 0 0 0 \beta_{44} 0 0 \\ 0 0 0 0 \beta_{44} 0 \\ 0 0 0 0 0 \beta_{44} \end{matrix}$	4
m(m ⊥ x ₃)	$\begin{matrix} 0 0 0 \beta_{14} \beta_{15} 0 \\ 0 0 0 \beta_{24} \beta_{25} 0 \\ 0 0 0 \beta_{34} \beta_{35} 0 \\ \beta_{41}\beta_{42}\beta_{43} 0 0 \beta_{46} \\ \beta_{51}\beta_{52}\beta_{53} 0 0 \beta_{56} \\ 0 0 0 \beta_{61} \beta_{65} 0 \end{matrix}$	16	432	$\begin{matrix} \beta_{11}\beta_{12}\beta_{12} 0 0 0 \\ \beta_{12}\beta_{11}\beta_{12} 0 0 0 \\ \beta_{12}\beta_{12}\beta_{11} 0 0 0 \\ 0 0 0 \beta_{44} 0 0 \\ 0 0 0 0 \beta_{44} 0 \\ 0 0 0 0 0 \beta_{44} \end{matrix}$	3
222	$\begin{matrix} \beta_{11}\beta_{12}\beta_{13} 0 0 0 \\ \beta_{21}\beta_{22}\beta_{23} 0 0 0 \\ \beta_{31}\beta_{32}\beta_{33} 0 0 0 \\ 0 0 0 \beta_{44} 0 0 \\ 0 0 0 0 \beta_{35} 0 \\ 0 0 0 0 0 \beta_{66} \end{matrix}$	12	43m	$\begin{matrix} 0 \beta_{12} -\beta_{12} 0 0 0 \\ -\beta_{12} 0 \beta_{12} 0 0 0 \\ \beta_{12} -\beta_{12} 0 0 0 0 \\ 0 0 0 0 0 0 \\ 0 0 0 0 0 0 \\ 0 0 0 0 0 0 \end{matrix}$	1
mm2	$\begin{matrix} 0 0 0 0 0 \beta_{16} \\ 0 0 0 0 0 \beta_{26} \\ 0 0 0 0 0 \beta_{36} \\ 0 0 0 0 \beta_{45} 0 \\ 0 0 0 \beta_{34} 0 0 \\ \beta_{61}\beta_{62}\beta_{63} 0 0 0 \end{matrix}$	8	3	$\begin{matrix} \beta_{11}\beta_{12}\beta_{13} \beta_{14} \beta_{15} \beta_{16} \\ \beta_{12}\beta_{11}\beta_{13} -\beta_{14} -\beta_{15} -\beta_{16} \\ \beta_{31}\beta_{31}\beta_{33} 0 0 0 \\ \beta_{41} - \beta_{41} 0 \beta_{44} \beta_{45} - \beta_{51} \\ \beta_{51} - \beta_{51} 0 - \beta_{45} \beta_{44} \beta_{41} \\ -\beta_{16}\beta_{15} 0 - \beta_{15}\beta_{14}^{1/2} \times \\ \times (\beta_{11} - \beta_{12}) \end{matrix}$	12
4	$\begin{matrix} \beta_{11} \beta_{12} \beta_{13} 0 \beta_{16} \\ \beta_{12} \beta_{11} \beta_{13} 0 -\beta_{16} \\ \beta_{31} \beta_{31} \beta_{33} 0 0 \\ 0 0 0 \beta_{44} \beta_{45} 0 \\ 0 0 0 -\beta_{45} -\beta_{44} 0 \\ \beta_{61} - \beta_{31} 0 0 0 \beta_{66} \end{matrix}$	10		$\begin{matrix} \beta_{11} \beta_{12} \beta_{13} \beta_{14} 0 0 \\ \beta_{12} \beta_{11} \beta_{13} -\beta_{14} 0 0 \\ \beta_{31} \beta_{31} \beta_{33} 0 0 0 \\ \beta_{41} - \beta_{31} 0 \beta_{44} 0 0 \\ 0 0 0 0 \beta_{41} \beta_{41} \\ 0 0 0 0 \beta_{14}^{1/2} (\beta_{11} - \beta_{12}) \end{matrix}$	8
4	$\begin{matrix} \beta_{11} \beta_{12} \beta_{13} 0 0 \beta_{16} \\ -\beta_{12} -\beta_{11} -\beta_{13} 0 0 \beta_{16} \\ \beta_{31} -\beta_{31} 0 0 0 \beta_{36} \\ 0 0 0 \beta_{44} \beta_{45} 0 \\ 0 0 0 \beta_{15} -\beta_{14} 0 \\ \beta_{61} \beta_{61} \beta_{63} 0 0 0 \end{matrix}$	10	32		

Таблица 2 (продолжение)

Точная группа симметрии	Матрица тензора	Количество независимых коэффициентов	Точная группа симметрии	Матрица тензора	Количество независимых коэффициентов
3m	$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_{15} & \beta_{16} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\beta_{15} & -\beta_{16} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_{45} & -\beta_{51} \\ \beta_{31} & -\beta_{31} & 0 & -\beta_{45} & 0 & 0 \\ -\beta_{16} & \beta_{16} & 0 & -\beta_{15} & 0 & 0 \end{matrix}$	4	622	$\begin{matrix} \beta_{11}\beta_{12}\beta_{13} & 0 & 0 & 0 \\ \beta_{12}\beta_{11}\beta_{13} & 0 & 0 & 0 \\ \beta_{31}\beta_{31}\beta_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta_{45} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$	6
6	$\begin{matrix} \beta_{11}\beta_{12}\beta_{13} & 0 & 0 & \beta_{16} \\ \beta_{12}\beta_{11}\beta_{13} & 0 & 0 & -\beta_{16} \\ \beta_{31}\beta_{31}\beta_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta_{44}\beta_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\beta_{45}\beta_{44} & 0 \\ -\beta_{16}\beta_{16} & 0 & 0 & 0 & 1/2 \times \\ & & & & \times (\beta_{11} - \beta_{12}) \end{matrix}$	8	6mm	$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_{16} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\beta_{16} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\beta_{45} & 0 & 0 \\ -\beta_{16}\beta_{16} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$	2
6	$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & \beta_{14} & \beta_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\beta_{14} & -\beta_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_{41} & -\beta_{41} & 0 & 0 & 0 & -\beta_{51} \\ \beta_{51} & -\beta_{51} & 0 & 0 & 0 & \beta_{41} \\ 0 & 0 & 0 & -\beta_{15} & \beta_{14} & 0 \end{matrix}$	4	6m2	$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\beta_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\beta_{51} \\ \beta_{51} & -\beta_{51} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\beta_{15} & 0 & 0 \end{matrix}$	2

Литература

1. И. С. Желудев. Кристаллография, 9, 4, 501, 1964.
2. Дж. Най. Физические свойства кристаллов. Изд-во ин. лит., М., 1960.

Львовский государственный университет

Поступила в редакцию 7.VII.1969